

平成13年度前期 確率基礎 試験問題(岩塚)

[1]

$0 < a < 1, 0 < b < 1$ とする。Aさんが一回の射撃で的に命中させる確率は a であり、Bさんが一回の射撃で的に命中させる確率は b であるとする。Aさんが連続して射撃し、初めての的に命中するまでに撃った回数を X 回 ($X = 0, 1, 2, \dots$)、Bさんが連続して射撃し、初めての的に命中するまでに撃った回数を Y 回 ($Y = 0, 1, 2, \dots$) とする。

(1)

X の確率分布、平均(期待値)および分散を求めよ。

(2)

X と Y は独立とする。 $m = 0, 1, 2, \dots$ とする。AさんとBさんが一緒に射撃をおこない、Aさんが先に命中させてという。このときの $X = m$ である(条件付)確率(すなわち $P(X = m | X < Y)$) を求めよ。

[2]

$a > 0, b > 0$ とする。確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = \begin{cases} bxe^{-ax} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ で与えられるものとする。

(1)

f が確率密度関数であることから b は a から決まる。 b を a の式で表せ。また X の分布関数および平均を求めよ。

(2)

Y を X と独立で、 X と同じ分布をもつ確率変数とする。 $Z = \min\{x, y\}$ とするとき Z の分布関数および確率密度関数を求めよ。ただし、 $\min\{x, y\} = x (x \leq y \text{ のとき}), \min\{x, y\} = y (x \geq y \text{ のとき})$ とする。

[3]

$\triangle ABC$ を $AB = AC = 1, \angle BAC = \pi/2$ の直角二等辺三角形とする。ランダムな点 p を $\triangle ABC$ の内部に一様に分布するようにとる。 S を $\triangle ABP$ の面積、 T を $\triangle ACP$ の面積とする。

(1)

S の分布関数、確率密度関数および平均を求めよ。

(2)

S と T の共分散および相関関数を求めよ。

[4]

X, Y を独立な確率変数でどちらも標準正規分布に従うものとする。(すなわち X の確率密度関数は $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$ で与えられる。) $V = X^2, W = Y^2$ とする。

(1)

V の確率密度関数および平均を求めよ。

(2)

$S = V + W, T = V/W$ とする。 (S, T) の同時密度関数を求めよ。